Friedrich-Wilhelms-Gymnasium

zu

Greiffenberg in Pommern.

XXVI.

Ostern 1878.

INHALT: 1. Anfangsgründe der Geometrie mit besonderer Berücksichtigung der parallelen graden Linien, von Conrector Dietrich.
2. Schulnachrichten, von dem Director.

Gedruckt bei C. Lemcke in Greiffenberg i. Pomm.

1878. Progr. Nr. 102.

Vorwort.

Die Wichtigkeit der Klarlegung des Fundamentes der Geometrie ist allseitig anerkannt, und es ist daher auch vielfach und namentlich in neuerer Zeit daran gearbeitet worden. In dem Folgenden übergebe ich meine Ansichten über die Anfangsgründe der Geometrie und wünsche, dass dieselben günstig aufgenommen werden.

Einleitung zur Geometrie.

Durch die Beobachtung bewegter Gegenstände gelangen wir zu dem Begriff des Raumes (und der Zeit) und seiner allseitigen Unendlichkeit. Einen mit Materie erfüllten Theil des Raumes nennt man einen physischen Körper. Stellt man sich bei einem physischen Körper nur den Raum vor ohne die Materie, so nennt man dies einen mathematischen Körper. Ein mathematischer Körper ist also allseitig begrenzter absoluter Raum. Die Grenzen der Körper, wie überhaupt das, was den Raum theilt, nennt man Flächen. Die gesammte Begrenzung eines Körpers heisst Oberfläche. Eine allseitig begrenzte Fläche heisst Figur. Die Grenzen einer Figur, wie überhaupt das, was eine Fläche theilt, nennt man Linien. Die gesammte Begrenzung einer Figur heisst Umfang oder Perimeter. Eine vollständig begrenzte Linie heisst Seite. Die Grenzen einer Seite, wie überhaupt das, was eine Linie theilt, nennt man Puncte. Ist der Raum, oder eine Fläche, oder eine Linie nicht vollständig begrenzt, so nennt man dies ein räumliches Gebilde; jedoch sagt man wohl auch statt „räumliches Gebilde" beim Raume „Körper" (z. B. das Paraboloid) und bei Flächen „Figur".

Eine grade Linie oder eine Grade ist der Weg eines Lichtstrahls in demselben Mittel. Da der Lichtstrahl aus dem Unendlichen kommend und ins Unendliche gehend vorgestellt werden kann, so ist auch die grade Linie unendlich.

Zwischen 2 Puncten ist nur eine grade Linie möglich. Denn zwischen 2 Puncten giebt es nur einen Lichtstrahl in demselben Mittel.

Wenn daher 2 grade Linien 2 Puncte gemeinsam haben, so müssen sie zusammenfallen. Sollen 2 grade Linien nicht zusammenfallen, so können sie höchstens einen Punct gemeinsam haben, man sagt dann, sie schneiden sich. Theilt man eine grade Linie durch einen Punct, so nennt man jeden der beiden Theile einen Strahl. Eine Linie, bei welcher kein Theil grade ist, heisst krumm.

Eine Fläche von der Beschaffenheit, dass jede grade Linie, welche durch 2 Puncte derselben geht, ganz in dieselbe hineinfällt, heisst eine Ebene. Da die graden Linien unendlich sind, so muss auch die Ebene unendlich sein. Theilt man eine Ebene durch eine grade Linie, so nennt man jeden der beiden Theile einen Flächenstrahl. Wenn 2 Ebenen 2 sich schneidende grade Linien gemeinsam haben, oder 1 Grade und 1 Punct ausser ihr, oder 3 nicht in einer Graden liegende Puncte (da beides Letztere 2 sich schneidende grade Linien repräsentirt), so fallen sie zusammen. Denn zufolge der Erklärung von „Ebene" müssen sie die unendliche Fülle von graden Linien gemeinsam haben, welche durch je 2 Puncte der gemeinsamen Graden gehen, also müssen sie auch vollständig zusammenfallen.

Eine grade Linie theilt die unendliche Ebene in 2 gleiche Theile. Denn dreht man den einen Theil um die Grade bis er mit dem anderen Theile noch einen Punct gemeinsam hat, so müssen zufolge der Erklärung von „Ebene" beide Theile alle Strahlen, welche von den Puncten der gemeinsamen Graden aus durch den ausserhalb liegenden Punct gehen, zusammenfallen, also decken sich beide Theile und sind daher einander gleich.

Ein Theil der unendlichen Ebene, welcher durch 2 von einem Puncte ausgehende Strahlen eingeschlossen wird, heisst ein (gradliniger) ebener Winkel oder schlechthin Winkel. Die Strahlen heissen Schenkel des Winkels und der Punct, von welchem sie ausgehen, Scheitelpunct oder Scheitel.

Um einen Winkel mit einem Namen bezeichnen zu können, setzt man an den Scheitel und ausserdem an jeden Schenkel einen Buchstaben, und spricht die 3 Buchstaben so aus, dass der Buchstabe am Scheitel in die Mitte kommt, so ist dies der Name des Winkels. Durch den Namen eines Winkels kennt man die Lage des Scheitels und der beiden Schenkel. Wenn kein Irrthum möglich ist, nennt man einen Winkel auch wohl mit dem Buchstaben am Scheitel allein, dann ist aber nur die Lage des Scheitels aus dem Buchstaben des Winkels zu erkennen. Will man einen Winkel seiner Grösse nach bezeichnen, so setzt man einen kleinen Buchstaben in die Oeffnung und nennt den Winkel mit diesem Buchstaben.

Zufolge der Erklärung von „Winkel" ist das Mass eines Winkels die unendliche Ebene selbst oder ein bestimmter Theil derselben. Ein Winkel, welcher gleich der Hälfte der unendlichen Ebene ist, heisst ein gestreckter Winkel. Die Schenkel eines gestreckten Winkels bilden eine grade Linie, da die grade Linie die unendliche Ebene in 2 gleiche Theile theilt. Der vierte Theil der unendlichen Ebene oder die Hälfte eines gestreckten Winkels heisst ein rechter Winkel oder ein Rechter (R.). Der neunzigste Theil eines Rechten heisst ein Grad (^{0}), der sechzigste Theil eines Grades eine Minute ($'$) und der sechzigste Theil einer Minute eine Secunde ($''$).

Ein convexer Winkel ist ein Winkel, welcher grösser, und ein concaver Winkel ein Winkel, welcher kleiner ist als ein gestreckter oder 2 R. Ein spitzer Winkel ist ein Winkel, welcher kleiner ist, als 1 R. Ein stumpfer Winkel ist ein Winkel, welcher grösser ist als 1 R. und kleiner als 2 R. Spitze und stumpfe Winkel zusammen nennt man schiefe Winkel. Zwei Winkel, welche zusammen = 1 R. sind, heissen Complementswinkel; zwei Winkel, welche zusammen = 2 R. sind, heissen Supplementswinkel.

Verlängert man die Schenkel eines rechten Winkels über den Scheitelpunct hinaus, so sind die übrigen 3 entstandenen Winkel ebenfalls rechte, da jede grade Linie die unendliche Ebene in 2 gleiche Theile theilt. Eine grade Linie, welche mit einer anderen rechte Winkel bildet, heisst senkrecht auf der anderen. „Eine Senkrechte errichten“ heisst, durch einen Punct innerhalb einer Graden eine Senkrechte ziehen. „Eine Senkrechte fällen“ heisst, durch einen Punct ausserhalb einer Graden eine Senkrechte ziehen.

Aus einem Puncte einer Graden ist nur eine Senkrechte zu errichten möglich. Denn man kann einen gestreckten Winkel, wie überhaupt jeden anderen Winkel, nur in einerlei Weise halbiren.

Ein Theil des unendlichen Raumes, welcher durch 2 von einer Graden ausgehende Flächenstrahlen eingeschlossen wird, heisst ein Flächenwinkel.

Wie aus dem Vorhergehenden hervorgeht, giebt es 4 Raumbegriffe, das ist der Raum selbst, die Flächen, die Linien und die Puncte. Da die Mathematik Alles, was die Eigenschaft Grösse besitzt, selbst eine Grösse nennt, so ergiebt sich auch aus dem Vorhergehenden, dass es 5 Raumgrössen giebt, nämlich die Körper, Figuren, Seiten, die ebenen Winkel und Flächenwinkel.

Geometrie ist derjenige Theil der Mathematik, welcher sich mit der Betrachtung der räumlichen Gebilde und der Raumgrössen beschäftigt. Da die Betrachtung von Grössen die Bekanntschaft mit den Gesetzen der Zahlen, mit deren Hilfe ja die Bestimmung der Grösse vorgenommen wird, voraussetzt, so bedingt die Geometrie die Bekanntschaft mit der Arithmetik.

Die Geometrie wird in 2 Theile, nämlich in Planimetrie und in Stereometrie, eingetheilt. Die Planimetrie ist derjenige Theil der Geometrie, welcher seine Betrachtungen in der Ebene, Stereometrie derjenige, welcher seine Betrachtungen im Raume vornimmt.

Planimetrie.

§ 1. Von den ebenen Figuren im Allgemeinen.

Ein System von n Puncten in einer Ebene nennt die neuere Geometrie ein ebenes vollständiges n-eck. Die n Puncte werden Ecken genannt. Da man unter Seite eines vollständigen n-ecks jede Grade versteht, welche 2 jener n Puncte verbindet, so hat ein vollständiges n-eck $\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n-1)$ Seiten. Ein einfaches n-eck ist eine ebene Figur mit n Ecken und n einen Theil der Ebene rings begrenzenden Seiten. Ein System von n Graden in einer Ebene wird in der neueren Geometrie ein ebenes vollständiges n-seit genannt. Die n Graden heissen Seiten. Jeder Durchschnittspunct zweier Graden

heisst Ecke. Es hat daher ein vollständiges n-seit $^1/_2$. n . (n—1) Ecken. Ein einfaches n-seit ist eine ebene Figur mit n einen Theil der Ebene rings begrenzenden Seiten und n in den Umfang fallenden Ecken. Es ist also „einfaches n-eck" und „einfaches n-seit" vollkommen gleichbedeutend, man sagt daher bei solchen Figuren schlechthin n-eck oder n-seit oder auch Polygon. Eine grade Linie, welche 2 noch nicht verbundene Ecken eines Polygons mit einander verbindet, heisst Diagonale. Es sind daher bei einem n-eck von einer Ecke (n—3) und im Ganzen $^1/_2$. n . (n—3) Diagonale möglich.

Ein vollständiges n-eck hat gar keine Diagonalen und ein vollständiges n-seit $^1/_2$. n . (n—1) . (n—2) . (n—3) Diagonalen.

Die Winkel eines Polygons, welche von 2 Seiten selbst eingeschlossen werden, heissen Innenwinkel oder auch schlechthin Winkel des Polygons; diejenigen aber, welche von einer Seite und der Verlängerung einer anstossenden Seite gebildet werden, heissen Aussenwinkel des Polygons.

Sind alle Seiten eines Polygons einander gleich, so heisst dasselbe gleichseitig. Sind bei einem Dreieck nur 2 Seiten gleich, so heisst dasselbe gleichschenklig. Die gleichen Seiten heissen Schenkel, die ungleiche Seite Basis und die der Basis gegenüberliegende Ecke Spitze des gleichschenkligen Dreiecks. Sind bei einem Dreieck alle 3 Seiten ungleich, so heisst dasselbe ungleichseitig.

Der Kreis ist eine ebene Figur, bei welcher sämmtliche Puncte der Begrenzung von einem und demselben Puncte gleich weit entfernt sind. Die Begrenzung ist daher eine krumme Linie, welche Peripherie genannt wird. Der Punct, von welchem alle Puncte der Peripherie gleich weit entfernt sind, muss innerhalb der Peripherie liegen und heisst Mittelpunct oder Centrum. (Ueberhaupt ist Mittelpunct einer Figur ein Punct von der Beschaffenheit, dass jede durch ihn gelegte und von dem Umfange der Figur begrenzte Grade in ihm halbirt wird. Nicht alle Figuren haben einen Mittelpunct.) Die Entfernung des Mittelpuncts von einem Puncte der Peripherie heisst Halbmesser oder Radius. Alle Radien sind zufolge der Erklärung des Kreises einander gleich. Ein Theil der Peripherie heisst Bogen. Eine Grade, welche 2 Puncte der Peripherie verbindet, heisst Sehne. Eine Sehne, welche durch den Mittelpunct geht, heisst Durchmesser oder Diameter. Alle Durchmesser sind einander gleich, da jeder aus 2 Radien besteht. Eine verlängerte Sehne heisst Secante. Eine Grade, welche mit der Kreislinie nur einen Punct gemeinsam hat, heisst Tangente. Ein Winkel, dessen Scheitel der Mittelpunct ist, und dessen Schenkel Radien sind, heisst Centriwinkel. Ein Winkel, dessen Scheitel ein Punct der Peripherie ist, und dessen Schenkel Sehnen sind, heisst Peripheriewinkel. Ein Theil des Kreises, welcher von 2 Radien und dem dazu gehörigen Bogen begrenzt wird, heisst Kreis-Ausschnitt oder Sector. Ein Theil des Kreises, welcher von einer Sehne und dem dazu gehörigen Bogen begrenzt wird, heisst Kreis-Abschnitt oder Segment. Wenn 2 Kreise denselben Mittelpunct haben, heissen sie concentrisch; wenn sie verschiedene Mittelpuncte haben, excentrisch. Eine ebene Figur, welche von den Peripherien zweier concentrischen Kreise eingeschlossen wird, heisst ein Ring. Ein Theil des Ringes, welcher von 2 Bogen der beiden concentrischen Kreise und von 2 Graden, welche verlängert durch den Mittelpunct der beiden concentrischen Kreise gehen, begrenzt wird, heisst ein Ring-Ausschnitt.

§ 2. Die Congruenz.

Zwei Figuren heissen congruent, wenn alle gleichliegenden (homologen) Stücke beider Figuren der Reihe nach gleich sind und nach derselben Richtung hin liegen. Das Zeichen für „congruent" ist $\cong$. Zwei Figuren sind daher congruent, wenn sie einander decken. Zwei Figuren heissen symmetrisch, wenn alle Stücke der Reihe nach gleich sind, aber nach entgegengesetzter Richtung hin liegen. Hebt man die eine zweier symmetrischen Figuren aus der Ebene heraus, kehrt sie dann um und legt sie wieder in die Ebene hinein, so sind beide Figuren congruent, daher nennt man auch symmetrische Figuren congruent.

Satz 1. Zwei ebene ganz oder theilweise gradlinige ebene räumliche Gebilde können stets in eine solche Lage gebracht werden, dass ein Punct des einen Gebildes in einen Punct des anderen, und ein von dem Puncte ausgehender Strahl des ersten Gebildes in einen von dem Puncte ausgehenden Strahl des anderen Gebildes fällt.

Denn verschiebt man das eine Gebilde so aus seiner Lage, dass die betreffenden Puncte in einander fallen, was ja möglich ist, da Puncte keine Ausdehnung haben, und dreht man dann das eine Gebilde um den Punct, so muss schliesslich einmal, bevor die Drehung vollendet ist, ein Punct des von dem Drehpuncte ausgehenden Strahls des gedrehten Gebildes in einen Punct des von dem Drehpuncte ausgehenden Strahls des anderen Gebildes fallen, also müssen die von dem Drehpuncte ausgehenden Strahlen beider Gebilde zusammenfallen, da zwischen 2 Puncten nur eine grade Linie möglich ist.

Satz 2. Gleiche grade Seiten sind congruent. Denn legt man sie nach Satz 1 auf einander, so müssen auch die anderen Endpuncte auf einander fallen, weil sonst die Seiten nicht gleich wären.

Satz 3. Gleiche ebene Winkel sind congruent. Denn legt man dieselben nach Satz 1 auf einander, so müssen auch die beiden anderen Schenkel auf einander fallen, weil sonst die Winkel nicht gleich wären.

Satz 4. Zwei n-ecke, in welchen $(n-2)$ neben einander liegende Seiten und die an diesen anliegenden Winkel bezüglich gleich sind, sind einander congruent.

Denn legt man sie nach Satz 1 mit 2 homologen Ecken und Seiten so auf einander, dass die Richtung der gleichen Stücke in beiden Figuren dieselbe ist, so müssen zunächst nach Satz 2 und 3 sämmtliche gleiche Seiten auf einander fallen, es müssen aber auch nach Satz 3 die Strahlen der beiden letzten Seiten auf einander fallen, also auch ihre Durchschnittspuncte, da 2 sich schneidende grade Linien nur einen Durchschnittspunct haben, also decken sich die Polygone und sind daher congruent.

Erster Congruenzsatz für Dreiecke. Folgerung aus Satz 4. Wenn in 2 Dreiecken eine Seite und die beiden anliegenden Winkel bezüglich gleich sind, so sind die Dreiecke congruent.

Zusatz. Wenn in einem Dreiecke 2 Winkel gleich sind, so sind auch die gegenüberliegenden Seiten gleich.

Denn sei in dem Dreiecke ABC $\sphericalangle$ A = C, so ist $\triangle$ ABC $\cong$ CBA nach vorigem Satze, also ist AB = BC als homologe Seiten in den congruenten Dreiecken.

Folgerung. Wenn in einem Dreiecke die 3 Winkel gleich sind, so sind auch die 3 Seiten gleich.

Satz 5. Zwei n-ecke, in welchen (n—1) Seiten und die von diesen Seiten eingeschlossenen Winkel bezüglich gleich sind, sind einander congruent.

Denn legt man sie nach Satz 1 mit 2 homologen Ecken und Seiten so auf einander, dass die Richtung der gleichen Stücke dieselbe ist, so müssen nach Satz 2 und 3 sämmtliche gleiche Seiten auf einander fallen. Da aber zwischen 2 Puncten nur eine grade Linie möglich ist, so muss auch die letzte Seite des einen Polygons auf die des anderen fallen, also decken sich die Polygone und sind daher congruent.

Zweiter Congruenzsatz für Dreiecke. Folgerung aus Satz 5. Wenn in 2 Dreiecken 2 Seiten und der eingeschlossene Winkel bezüglich gleich sind, so sind die Dreiecke congruent.

Zusatz. Wenn in einem Dreiecke 2 Seiten gleich sind, so sind auch die gegenüberliegenden Winkel gleich.

Denn sei in dem Dreiecke ABC Seite AB = BC, so ist $\triangle$ ABC $\cong$ CBA nach vorigem Satze, als ist $\measuredangle$ A = C als homologe Winkel in congruenten Dreiecken.

Folgerung. Wenn in einem Dreiecke die 3 Seiten gleich sind, so sind auch die 3 Winkel gleich.

Es gelten für Polygone unter blosser Berücksichtigung der Seiten und Winkel noch mehre Congruenzsätze, jedoch nicht ohne Einschränkung. Dies findet zwar auch bei dem 4. Congruenzsatze für Dreiecke statt, da aber derselbe mehrfach bei Beweisen in Anspruch genommen werden muss, so darf er nicht unerwähnt bleiben.

Dritter Congruenzsatz für Dreiecke. Wenn in 2 Dreiecken die 3 Seiten bezüglich gleich sind, so sind die Dreiecke congruent.

Denn legt man die beiden Dreiecke so aneinander, dass ein Paar gleicher Seiten mit ihren homologen Endpuncten auf einander fällt, und verbindet man die dritten Ecken der beiden an einander gelegten Dreiecke, so ergiebt sich mit Hilfe des Zusatzes zu Satz 5 die Gleichheit zweier Winkelpaare und daraus, indem man Gleiches zu Gleichem addirt oder Gleiches von Gleichem subtrahirt, die Gleichheit der Gegenwinkel der an einander gelegten Seiten, also sind die Dreiecke nach dem 2. Congruenzsatze congruent.

Vierter Congruenzsatz für Dreiecke. Wenn in 2 Dreiecken 2 Seiten und der Gegenwinkel der einen bezüglich gleich sind und die Summe der Gegenwinkel der anderen gleichen Seiten $\gtrless$ 2 R ist, so sind die Dreiecke congruent.

Denn legt man die beiden Dreiecke so an einander, dass dasjenige Paar gleicher Seiten mit ihren homologen Endpuncten auf einander fällt, dessen Gegenwinkel einander gleich sind, und verbindet man die dritten Ecken der beiden an einander gelegten Dreiecke, so ergiebt sich mit Hilfe des Zusatzes zu Satz 5 die Gleichheit der Gegenwinkel des anderen Paares gleicher Seiten. Da nun die dritten Seiten der beiden an einander gelegten Dreiecke zufolge der aufgestellten Bedingung keine grade Linie bilden können, so ergiebt sich mit Hilfe der Voraussetzung, indem man je nach der Lage beide gleiche Winkelpaare addirt oder subtrahirt, die Gleichheit zweier Winkel und daraus mit Hilfe des Zusatzes zu Satz 4 die Gleichheit des dritten Seitenpaares. Die Dreiecke sind daher nach dem zweiten Congruenzsatze congruent.

Satz 6. Zwei Kreise mit gleichen Radien sind congruent. Denn legt man die Kreise so auf einander, dass die Mittelpuncte zusammen fallen, so müssen auch die Peri-

pherien auf einander fallen, weil es sonst in einem Kreise ungleiche Radien gäbe, also sind die Kreise congruent.

Folgerung. Kreise mit gleichen Durchmessern sind congruent. Denn wenn die Durchmesser gleich sind, müssen auch ihre Hälften d. h. die Radien gleich sein, also sind die Kreise nach vorigem Satze congruent.

Satz 7. Jeder Durchmesser eines Kreises theilt denselben in 2 congruente Theile, welche Halbkreise heissen, wie überhaupt, wenn 2 Figuren einen Mittelpunct haben, jede durch den Mittelpunct gelegte Grade die Figur in 2 congruente Theile theilt.

Denn zieht man ausser der durch den Mittelpunct gelegten theilenden Graden (beim Kreise „Durchmesser") noch eine beliebige andere Grade (Durchmesser), so sind die durch den Mittelpunct und die entsprechenden Endpuncte beider Graden (Durchmesser) bestimmten Dreiecke zufolge der Erklärung von Mittelpunct nach dem zweiten Congruenzsatze congruent Dreht man nun den einen Theil um die theilende Grade (Durchmesser), bis er in die Ebene des anderen fällt, so müssen alle gegenüberliegenden Puncte beider Theile auf einander fallen, also sind die beiden Theile congruent.

Satz 8. Gleiche Bogen eines Kreises (oder congruenter Kreise) sind congruent. Denn denkt man sich die Endpuncte des einen Bogens mit dem Mittelpuncte verbunden und hiernach den Kreisausschnitt um den Mittelpunct gedreht, bis beide Bogen nach einer Richtung hin liegen und das eine Paar Endpuncte in einander fällt, so müssen zunächst die Puncte des einen Bogens auf die des anderen fallen, weil es sonst in einem Kreise ungleiche Radien gäbe, also müssen auch die anderen Endpuncte auf einander fallen, weil sonst die Bogen nicht gleich wären.

Satz 9. Zu gleichen Centriwinkeln eines Kreises (oder congruenter Kreise) gehören congruente Kreisausschnitte. Denn zieht man die den Bogen der Kreisausschnitte zugehörigen Sehnen, so sind die dadurch entstandenen Dreiecke nach dem zweiten Congruenzsatze congruent. Dreht man nun den einen Kreisausschnitt um den Mittelpunct so, dass die congruenten Dreiecke auf einander fallen, so müssen auch die Bogen auf einander fallen, weil es sonst in einem Kreise ungleiche Radien gäbe, also sind die Kreisausschnitte congruent.

Satz 10. Zu gleichen Sehnen eines Kreises (oder congruenter Kreise) gehören congruente Kreisausschnitte. Denn die durch die Sehnen und Radien begrenzten Dreiecke sind nach dem dritten Congruenzsatze congruent. Dreht man nun den einen Kreisausschnitt wie vorher, so müssen auch wie vorher die Bogen auf einander fallen, also sind die Kreisausschnitte congruent.

Satz 11. Zu gleichen Bogen eines Kreises (oder congruenter Kreise) gehören congruente Kreisausschnitte. Denn dreht man den einen Kreisausschnitt um den Mittelpunct so, dass die einander gleichen und daher nach Satz 8 congruenten Bogen sich decken, so fallen auch die Kreisausschnitte auf einander und sind daher congruent.

§ 3. Von den ebenen Winkeln.

Wenn sich 2 Grade schneiden, so entstehen 4 Winkel, von denen je 2 neben einander liegende „Nebenwinkel" und je 2 gegenüber liegende „Scheitelwinkel" heissen. Nebenwinkel sind also 2 Winkel, die den Scheitel und einen Schenkel gemeinsam haben

und deren nicht gemeinsame Schenkel eine grade Linie bilden, und Scheitelwinkel sind 2 Winkel, bei denen die Schenkel des einen Verlängerungen der Schenkel des anderen sind.

Satz 1. Wenn sich 2 Grade schneiden, so sind je 2 Nebenwinkel Supplementswinkel und je 2 Scheitelwinkel einander gleich. Denn je 2 Nebenwinkel bilden einen gestreckten Winkel, sind also = 2 R oder Supplementswinkel, und je 2 Scheitelwinkel sind Supplementswinkel zu einem ihrer Nebenwinkel, also gleich.

Einen Satz kehrt man um, wenn man eben so viele Voraussetzungen (Hypothesen) zu Behauptungen (Thesen), als Behauptungen zu Voraussetzungen macht. Die umgekehrten Sätze werden meist indirect bewiesen. Ein indirecter Beweis ist ein Beweis, welcher durch die Falschheit des Gegentheils der Behauptung die Richtigkeit der Behauptung nachweist.

„An einen Winkel einen anderen antragen" heisst, den anderen so an den Winkel anlegen, dass beide Winkel den Scheitel und einen Schenkel gemeinsam haben und auf verschiedenen Seiten des gemeinsamen Schenkels liegen.

Satz 2. Umkehrung von Satz 1. Wenn man an einen Winkel seinen Supplementswinkel anträgt und an diesen noch den Winkel selbst, so bilden die Schenkel dieser Winkel 2 sich schneidende grade Linien.

Denn angenommen, die nicht gemeinsamen Schenkel des Winkels und des angetragenen Supplementswinkels bildeten keine grade Linie, so könnte man den nicht gemeinsamen Schenkel des Winkels über den Scheitelpunct hinaus verlängern, dann würden nach Satz 1 der Winkel und sein Nebenwinkel Supplementswinkel sein, also hätte der Winkel 2 verschiedene Supplementswinkel, was nicht möglich ist, also ist die Annahme falsch, dass die nicht gemeinsamen Schenkel keine grade Linie bilden, also bilden sie eine Grade. Dasselbe ergiebt sich in gleicher Weise für die beiden anderen Schenkel.

Wenn 2 grade Linien von einer dritten geschnitten werden, so entstehen 8 Winkel. Je 2 dieser Winkel, welche in Bezug auf die schneidende und die geschnittenen Graden gleiche Lage haben, heissen Gegenwinkel; je 2 von ihnen, welche in Bezug auf die schneidende und die geschnittenen Graden entgegengesetzte Lage haben, heissen Wechselwinkel; je 2 von ihnen, welche in Bezug auf die schneidende Grade gleiche Lage haben, in Bezug auf die geschnittenen aber entgegengesetzte, heissen entgegengesetzte Winkel; endlich je 2 von ihnen, welche in Bezug auf die schneidende Grade entgegengesetzte Lage haben, in Bezug auf die geschnittenen aber gleiche, heissen verschränkte Winkel.

Satz 3. Wenn 2 Linien von einer dritten so geschnitten werden, dass entweder ein Paar Gegenwinkel oder Wechselwinkel gleich ist, oder ein Paar entgegengesetzter oder verschränkter Winkel Supplementswinkel sind, so sind alle Paare von Gegenwinkeln oder Wechselwinkeln gleich und alle Paare entgegengesetzter oder verschränkter Winkel Supplementswinkel. Die Richtigkeit dieser Behauptung ergiebt sich mit Leichtigkeit aus Satz 1. An jeder Ecke eines n-ecks kann man 2 Aussenwinkel darstellen, es sind dieselben aber als Scheitelwinkel einander gleich, man spricht daher nur von einem Aussenwinkel an jeder Ecke.

Satz 4. Die Summe der Aussenwinkel eines n-ecks, bei welchem sich nur anstossende Seiten schneiden, ist = 4 R. Denn stellt man die Aussenwinkel des n-ecks sämmtlich durch Verlängerung der Seiten nach derselben Richtung hin dar, so bilden die

Aussenwinkel die unendliche Ebene ohne den endlichen Theil, welchen das n-eck bildet. Da aber das Endliche das Unendliche weder vermehren noch vermindern kann, so ist die Summe der Aussenwinkel gleich der unendlichen Ebene, d. i. = 4 R.

Anmerkung. Bei n-ecken, welche convexe Winkel haben, muss man die Aussenwinkel der convexen Winkel negativ nehmen, da sie eine den anderen Aussenwinkeln entgegengesetzte Lage haben.

Satz 5. Die Summe der Innenwinkel eines n-ecks, bei welchem sich nur anstossende Seiten schneiden, ist = (2 . n—4) R.

Denn an jeder Ecke ist die Summe des Innen- und Aussenwinkels = 2 R, da Nebenwinkel Supplementswinkel sind, also ist die Summe aller Innen- und Aussenwinkel = 2 . n R, daher ist, zufolge des vorigen Satzes, die Summe der Innenwinkel allein = (2 . n—4) R.

Folgerung 1. Die Summe der Winkel eines Dreiecks ist = 2 R, eines Vierecks = 4 R, eines Fünfecks = 6 R u. s. w.

Folgerung 2. Auf eine Grade ist von einem Puncte ausserhalb nur eine Senkrechte zu fällen möglich.

Denn hätte man 2 von dem Puncte nach der Graden gefällte Senkrechte, so entstände ein Dreieck, bei welchem die Winkelsumme > 2 R ist, was aber der Folgerung 1 widerspricht; es ist daher unmöglich, auf eine Grade von einem Puncte ausserhalb mehr als eine Senkrechte zu fällen.

Folgerung 3. Wenn in einem Dreiecke ein Winkel ein rechter oder stumpfer ist, so müssen die beiden anderen spitze sein.

Denn die Summe der beiden anderen Winkel ist = oder < 1 R, also muss jeder allein < 1 R, d. i. ein spitzer sein.

Daher theilt man die Dreiecke den Winkeln nach in rechtwinklige, stumpfwinklige und spitzwinklige ein.

Ein rechtwinkliges Dreieck ist ein Dreieck, in welchem ein Winkel ein rechter ist. Die den rechten Winkel einschliessenden Seiten heissen Katheten, die gegenüberliegende Hypotenuse.

Ein stumpfwinkliges Dreieck ist ein Dreieck, in welchem ein Winkel ein stumpfer ist.

Ein spitzwinkliges Dreieck ist ein Dreieck, in welchem alle Winkel spitze sind.

Folgerung 4. Ein Dreieckswinkel und die Summe der beiden anderen Winkel sind Supplementswinkel.

Kennt man also einen Dreieckswinkel, so kennt man auch die Summe der beiden anderen und umgekehrt.

Folgerung 5. Wenn in 2 Dreiecken 2 Winkel gleich sind, so sind auch die dritten Winkel gleich.

Denn, da Gleiches zu Gleichem addirt, gleiche Summen giebt, so sind die Summen beider gleichen Winkelpaare einander gleich, also sind auch die dritten Winkel gleich, da sie Supplementswinkel zu diesen gleichen Summen sind.

Folgerung 6. Wenn die Schenkel zweier Winkel auf einander senkrecht stehen so sind die Winkel entweder gleich oder Supplementswinkel.

Die Richtigkeit ergiebt sich sogleich aus Folgerung 5 oder daraus, dass die Winkel eines Vierecks 4 R betragen.

Folgerung 7. Die Summe zweier Innenwinkel eines Dreiecks und der Aussenwinkel zum dritten Innenwinkel sind einander gleich.

Denn beide Winkel sind Supplementswinkel zum dritten Innenwinkel.

Folgerung 8. Der Aussenwinkel ist grösser als jeder der beiden nicht anliegenden Innenwinkel.

Folgerung 9. Verbindet man einen Punct innerhalb eines Dreiecks mit den Endpuncten einer Seite, so ist der von den Verbindungslinien eingeschlossene Winkel grösser als der von den beiden anderen Seiten eingeschlossene.

Denn verbindet man den Punct mit der dritten Ecke und verlängert diese Grade über den Punct hinaus, so ergiebt sich die Behauptung nach zweimaliger Anwendung des vorigen Satzes und durch den Satz: Grösseres zu Grösserem addirt giebt Grösseres.

Folgerung 10. Der Aussenwinkel an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks ist doppelt so gross als ein Basiswinkel.

Denn, wie in § 2 erwiesen ist, sind die Basiswinkel einander gleich und, da nach Folgerung 7 der Aussenwinkel an der Spitze gleich der Summe der beiden Basiswinkel ist, so ist er doppelt so gross als jeder einzelne.

Folgerung 11. Ein Centriwinkel ist doppelt so gross als ein Peripheriewinkel, der mit ihm auf demselben oder gleichen Bogen steht.

Denn entweder ergiebt sich die Behauptung unmittelbar aus vorigem Satze, wenn nämlich ein Schenkel des Peripheriewinkels ein Durchmesser ist, oder man zieht aus dem Scheitel des Peripheriewinkels einen Durchmesser und wendet den vorigen Satz zweimal an und danach entweder den Satz: Gleiches zu Gleichem addirt giebt gleiche Summen, oder Gleiches von Gleichem subtrahirt giebt gleiche Differenzen, je nachdem der Mittelpunct des Kreises zwischen den Schenkeln oder ausserhalb der Schenkel des Peripheriewinkels liegt.

Für Winkel auf gleichem Bogen ergiebt sich die Richtigkeit aus dem Congruenzsatze, dass zu gleichen Bogen congruente Kreisausschnitte, also auch gleiche Centriwinkel gehören.

Folgerung 12. Der Peripheriewinkel auf dem Durchmesser ist ein rechter Winkel. Denn der Centriwinkel ist ein gestreckter, also = 2 R.

Unter einer Transversale versteht man beim Dreiecke jede Linie, welche die 3 Seiten des Dreiecks schneidet; in der niederen Geometrie versteht man jedoch unter einer Transversale nur die Grade, welche eine Ecke mit der Mitte der Gegenseite verbindet. Es kann daher der vorige Satz auch folgender Massen ausgesprochen werden: Wenn in einem Dreieck die Transversale aus einer Winkelspitze gleich der halben Gegenseite ist, so ist der Winkel ein rechter. Hieraus ergiebt sich sogleich durch Folgerung 9 der Satz: Wenn in einem Dreiecke die Transversale aus einer Winkelspitze grösser oder kleiner als die halbe Gegenseite ist, so ist der Winkel ein spitzer oder stumpfer. Daher:

Folgerung 13. Wenn in einem Dreiecke die Transversale aus einer Winkelspitze gleich, grösser oder kleiner als die halbe Gegenseite ist, so ist der Winkel ein rechter, spitzer oder stumpfer.

Folgerung 14. Umkehrung von Folgerung 13. Beim Dreiecke ist die Transversale aus dem Scheitel eines rechten, spitzen oder stumpfen Winkels gleich, grösser oder kleiner als die halbe Gegenseite.

Denn wäre dies nicht der Fall, so müsste nach vorigem Satze der Winkel ein anderer sein als er nach der Voraussetzung ist.

Folgerung 15. Umkehrung zu 12. Die Sehne, auf welcher ein Peripheriewinkel, welcher = 1 R ist, steht, ist ein Durchmesser.

Denn angenommen, die Sehne AC, auf welcher der Peripheriewinkel ABC, welcher = 1 R ist, steht, wäre kein Durchmesser, so könnte man von A aus einen Durchmesser AD ziehen und D mit B verbinden, dann wäre nach Folgerung 12 . $\measuredangle$ ABD = 1 R, also wäre $\measuredangle$ ABC = ABD, was nicht möglich ist, da ein Theil nicht dem Ganzen gleich sein kann, also ist die Annahme falsch, dass AC kein Durchmesser ist, also ist AC ein Durchmesser.

Theilt man die Peripherie eines Kreises, so entstehen, wie überhaupt bei jeder Theilung, 2 Theile, also 2 Bogen. Da beide Bogen sich zur ganzen Peripherie ergänzen, so heissen beide „ergänzende Bogen", wie überhaupt 2 Bogen, deren Summe die ganze Peripherie ausmacht.

Folgerung 16. Zwei Peripheriewinkel, welche entweder auf demselben (oder gleichen) Bogen oder auf ergänzenden Bogen stehen, sind entweder gleich oder Supplementswinkel.

Denn wenn beide Peripheriewinkel auf demselben (oder gleichem) Bogen stehen, so sind beide Winkel nach Folgerung 11 Hälften desselben (oder gleicher) Centriwinkel, also einander gleich; wenn sie aber auf ergänzenden Bogen stehen, so ist ihre Summe gleich der Hälfte zweier Centriwinkel, die sich zur unendlichen Ebene, d. i. zu 4 R, ergänzen, also sind in diesem Falle die Winkel Supplementswinkel.

Dieser Satz kann auch folgender Massen ausgesprochen werden: Bei einem Vierecke im Kreise sind die Gegenwinkel gleich, wenn sich ein Paar Gegenseiten schneidet; dagegen Supplementswinkel, wenn sich kein Paar Gegenseiten schneidet.

Folgerung 17. Durch 3 nicht in grader Linie liegende Puncte ist nur eine Kreislinie zu legen möglich.

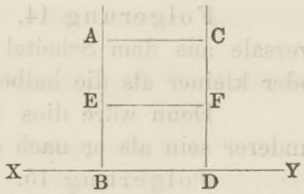
Denn sonst müsste zufolge Folgerung 16 der Aussenwinkel eines Dreiecks gleich einem gegenüberliegenden Innenwinkel sein, was nicht möglich ist.

Folgerung 18. Umkehrung zu 16. Wenn in einem Vierecke, bei welchem sich ein Paar Gegenseiten schneidet, ein Paar Gegenwinkel gleich ist, oder wenn in einem Vierecke, bei welchem sich kein Paar Gegenseiten schneidet, ein Paar Gegenwinkel Supplementswinkel sind, so lässt sich um das Viereck ein Kreis beschreiben.

Denn sonst würde sich entweder ein Widerspruch mit dem Satze, dass der Aussenwinkel grösser als einer der beiden nicht anliegenden Innenwinkel ist, oder mit dem Satze, dass das Ganze grösser als einer seiner Theile ist, ergeben.

§ 4. Von den parallelen Graden.

Satz 1. Wenn 2 grade Linien auf einer dritten senkrecht stehen, so sind beide überall von einander gleich weit entfernt.



Voraussetzung: AB und CD ⊥ XY. Behauptung: AB und CD sind überall von einander gleich weit entfernt.

Beweis. Errichte ich auf AB aus einem beliebigen Puncte A eine Senkrechte, welche CD in C trifft, so ist zunächst auch AC ⊥ CD, denn da in dem Vierecke ABDC 3 Winkel rechte sind, so muss auch der vierte ein rechter sein, da die Winkel eines Vierecks 4 R betragen. Errichte ich nun auf AB aus E, der Mitte von AB, eine Senkrechte EF, so muss aus demselben Grunde wie vorher EF ⊥ CD sein, und es ist Viereck AEFC ≌ EBDF nach § 2, Satz 4. Denn EF = EF, AE = EB p. c., ∢ AEF = BEF, ∢ EAC = EBD und ∢ EFC = EFD als rechte, folglich sind auch homologe Stücke gleich, d. i. AC = BD. Da nun AC eine beliebige Senkrechte war, so sind alle Puncte der einen Graden von der anderen gleich weit entfernt.

Erklärung. Zwei grade Linien, welche in einer Ebene liegen und überall von einander gleich weit entfernt sind, heissen parallel (||).

Folgerung 1. Zwei parallele Grade schneiden sich nicht, soweit man sie auch verlängern mag.

Folgerung 2. Alle Senkrechten auf einer Graden sind parallel.

Satz 2. Wenn 2 Puncte einer Graden von einer anderen Graden gleich weit entfernt sind, so sind beide Graden einander parallel.

Voraussetzung: AC und BD ⊥ AB und AC = BD. Behauptung: AB || CD.

Beweis. Errichte ich auf AB aus E, der Mitte von AB, eine Senkrechte EF, so ist Viereck AEFC ≌ EBDF nach § 2, Satz 5. Denn EF = EF, AE = EB p. c., AC = BD p. h., ∢ AEF = BEF und ∢ EAC = EBD als rechte, folglich sind auch homologe Stücke gleich, d. i. ∢ C = D. Da nun in dem Viereck ABDC die Winkel A und B rechte sind, so müssen auch die gleichen Winkel C und D rechte sein, da die Winkel eines Vierecks 4 R betragen, also stehen beide Grade auf AC senkrecht und sind daher nach Satz 1, Folgerung 2 einander parallel.

Folgerung 1. Wenn eine Grade auf der einen von 2 Parallelen senkrecht ist, so ist sie auch senkrecht auf der anderen.

Denn sei AB || CD und AC ⊥ AB, so muss, wenn auch BD ⊥ AB ist, wegen der Parallelität AC = BD sein, also ist auch wie vorher ∢ C ein rechter.

Folgerung 2. Wenn von einem Puncte aus auf 2 parallele Grade 2 Senkrechte gefällt werden, so bilden die beiden Senkrechten eine Grade.

Denn nach vorigem Satze muss eine Grade, welche auf der einen von 2 Parallelen senkrecht ist, auch auf der anderen senkrecht stehen, und, da von einem Puncte aus auf eine Grade nur eine Senkrechte gefällt werden kann, so bilden beide Senkrechte nur eine Grade.

Folgerung 3. Wenn sich 2 Grade schneiden, so müssen sich die Punkte der einen von der anderen immer weiter entfernen bis ins Unendliche.

Denn es kann an keiner Stelle ein Stillstand oder Rückgang in der Entfernung eintreten, da die Graden dann nach Satz 2 parallel sein müssten, was der Voraussetzung widerspricht.

Folgerung 4. Wenn eine grade Linie die eine von 2 Parallelen schneidet, so muss sie auch hinreichend verlängert die andere schneiden.

Denn da nach Folgerung 3 die Grade von der geschnittenen Parallelen sich bis ins Unendliche entfernt, so muss die Entfernung eines Punctes der schneidenden Graden nach der Richtung der anderen Parallelen hin ein Mal die Entfernung der beiden Parallelen erreichen, d. h. die andere Parallele schneiden.

Folgerung 5. Durch einen Punct ist zu einer Graden nur eine Parallele möglich.

Folgerung 6. Zwei Grade, welche einer dritten parallel sind, sind einander parallel.

Folgerung 7. Wenn 2 Grade in einer Ebene liegen und, soweit man sie auch verlängern mag, sich nicht schneiden, so sind beide einander parallel.

Denn angenommen, die beiden Graden wären nicht parallel, so könnte man durch einen Punct der einen Graden eine Parallele zu der anderen ziehen, dann müsste aber die erste Grade nach Folgerung 4 die andere schneiden, was aber der Voraussetzung widerspricht.

Satz 3. Wenn 2 parallele Grade von einer dritten geschnitten werden, so sind alle Paare von Gegenwinkeln und Wechselwinkeln einander gleich, und alle Paare entgegengesetzter oder verschränkter Winkel sind Supplementswinkel.

Denn fälle ich aus einem Puncte der schneidenden Graden, welcher ausserhalb des von den beiden Parallelen eingeschlossenen Raumes liegt, eine Senkrechte auf eine der beiden Parallelen, so ist diese nach Satz 2, Folgerung 1 auch senkrecht auf der anderen. Man hat dann 2 Dreiecke, die einen Winkel gemeinsam haben und in denen 2 andere Winkel als rechte gleich sind; daher müssen auch die dritten Winkel gleich sein, dieselben sind aber ihrer Lage nach Gegenwinkel. Es ist also ein Paar Gegenwinkel gleich, und es finden daher auch nach § 3, Satz 3 die übrigen Behauptungen statt.

Umkehrung. Wenn 2 Grade von einer dritten so geschnitten werden, dass ein Paar Gegenwinkel oder Wechselwinkel gleich ist, oder ein Paar entgegengesetzter oder vesschränkter Winkel Supplementswinkel sind, so sind die Graden parallel.

Denn fällt man aus einem Puncte der schneidenden Graden, welcher ausserhalb des von den geschnittenen Graden eingeschlossenen Raumes liegt, eine Senkrechte auf die eine der beiden geschnittenen Graden und verlängert man die Senkrechte bis auch die andere Grade geschnitten wird, so ist zufolge der Voraussetzung und nach § 3, Satz 3 das in den beiden entstandenen Dreiecken liegende Paar Gegenwinkel gleich. Da ausserdem in den beiden Dreiecken noch ein gemeinsamer Winkel vorkommt, so sind auch die dritten Winkel gleich. Da nun der eine p. c. $= 1$ R ist, so ist auch der andere $= 1$ R, also ist die Senkrechte auf der einen auch senkrecht auf der anderen, also sind nach Satz 1, Folgerung 2 beide Grade parallel.

Satz 4. Wenn die Schenkel zweier Winkel paarweise parallel sind und nach derselben oder entgegengesetzter Richtung gehen, so sind die Winkel gleich; wenn aber das eine Paar nach derselben, das andere nach entgegengesetzter Richtung geht, so sind die Winkel Supplementswinkel.

Die Richtigkeit der ersten Behauptung ergiebt sich durch die Verlängerung zweier nicht parallelen Schenkel beider Winkel über den Durchschnittspunct hinaus aus Satz 3 und die Richtigkeit der beiden anderen Behauptungen aus der ersten und § 3, Satz 1,

wenn man bei der zweiten beide Schenkel über den Scheitel hinaus verlängert und bei der dritten denjenigen Schenkel über den Scheitel hinaus verlängert, welcher entgegengesetzte Richtung hat.

Schlussbemerkung.

Da in einem Programme nicht die ganze Planimetrie ausgeführt werden kann, so sei noch bemerkt, dass sich hieran noch die aus den Congruenzen sich ergebenden Gleichheits- und Ungleichheits-Beziehungen der Figuren, sowie die Aehnlichkeit der Figuren und deren Beziehungen anschliessen würden mit Berücksichtigung der nur angedeuteten neueren Geometrie.

Berichtigungen.

Seite 2, Zeile 11 von unten ist „Namen“ statt „Buchstaben“ zu lesen.

Seite 4, Zeile 7 von oben ist hinter Ecke „aus“ einzuschalten und weiterhin muss es „Diagonalen“ statt „Diagonale“ heissen.

Seite 4, Zeile 9 von oben muss es $^1/_8$ statt $^1/_2$ heissen.

Seite 5, Zeile 10 von oben muss das Wort „ebene“ vor „räumliche“ gestrichen werden.

Seite 6, Zeile 14 von oben muss es „also“ hinter „Satze“ heissen.

Seite 7, Zeile 13 von oben muss es heissen: Dreht man nun den einen Theil um den Mittelpunct, bis die gegenüberliegenden Endpuncte der theilenden Graden (Durchmesser) ineinander fallen, so müssen alle u. s. w.

Seite 8, Zeile 6 von unten musste hinter Satz 1 ein Absatz gemacht werden.

Seite 12, Zeile 19 von oben muss es „Grade“ statt „Graden“ heissen.

Schulnachrichten.

A. Verfügungen des Kön. Prov.-Schulcollegiums.

13. April 1877: Grösze des amtlich zu gebrauchenden Papieres: 33 Centimeter Höhe, 21 Centimeter Breite. (Auch bei den Prüfungsarbeiten zu verwenden.)

17. April 1877: Betr. die Verhütung des Unterschleifes bei lateinischen Aufsätzen (welche von einem Gymnasium aus zu einem andern gesandt werden).

5. Juni 1877: Betr. die Zeugnisze der Freiwilligen.

30. Juli 1877: Auf Nachbildungen antiker Säulencapitäler, welche das Gewerbe-Museum hat anfertigen lassen, wird aufmerksam gemacht.

17. October 1877: An die geheime Registratur des Kön. Ministeriums sind 6, an das Kön. Prov.-Schulcollegium 3 Exemplare des jedesmaligen Programmes einzusenden.

2. Februar 1878: Die abgekürzten Masz- und Gewichtsbezeichnungen für den Rechenunterricht mitgetheilt.

7. Februar 1878: Zusatz zu den Bestimmungen wegen des Freiwilligen-Zeugniszes.

B. Lehrmittel.

Von dem Kön. Ministerium erhielt die Bibliothek: Urkunden und Actenstücke zur Geschichte Friedrich Wilhelms des Groszen. Bd. 7.

Ich statte hierfür den ehrerbietigsten Dank ab.

C. Lehrverfassung.

Die Lehrverfassung und die Vertheilung der Lehrstunden ist ganz unverändert geblieben, ebenso die eingeführten Lehrbücher; nur ist die lateinische Grammatik von Seyffert an die Stelle der von Schultz getreten, um ein und dasselbe Lehrbuch durch alle Klassen der Anstalt verwenden zu können.

Gelesen sind im Laufe des verflossenen Schuljahres:

I. im Lateinischen:

in Prima: die Oden des Horaz, die Reden Cicero's pro Murena und pro Flacco, sowie ein groszer Teil des Brutus; von Tacitus das 1. Buch der Annalen;

in Secunda: Cicero's Reden in Catilinam und de imperio Cn. Pompeji, Sallust's Catilina, Vergil's Aeneide Buch 8 und 1, Livius Buch 3;

in Obertertia: das Bellum Civile und in Untertertia das Bellum Gallicum von Caesar, in beiden Klassen Ovid's Metamorphosen.

II. Im Griechischen:

in Prima: Sophokles Oedipus und Antigone, Thucydides Buch 1 und 2 mit Ausnahme des Prooemium und der Pentakontaetie und von der Ilias die erste Hälfte;

in Secunda: von der Odyssee die zweite Hälfte, von Thucydides die Pentakontaetie und Herodot Buch 8;

in Ober- und Untertertia: Teile der Anabasis.

III. Im Französischen:

in Prima: Molière l'Avare und ein Auszug aus Frau von Staël L'Allemagne;

in Secunda: Souvestre Au coin du feu;

in Obertertia ist die Lectüre von Michand histoire des croisades fortgesetzt.

Am englischen Unterricht haben sich in der ersten Klasse Adermann, Totz und Haeger, in der zweiten Zingler, Stiemke, Schürmann, Haupt beteiligt.

Am Hebräischen nahmen Teil aus Prima: Knak, Heyn, Penschke, Wenzel und Bublitz, aus Secunda: Witte, Gutmann und Mueller.

Am Zeichenunterricht nahmen aus den 4 oberen Klassen nur 2 Schüler aus Untertertia Teil.

Sehr erfreulich ist die rege Teilnahme, welche 15 Schüler aus Prima dem Gesang gewidmet haben, aus Secunda 4 Schüler.

D. Zur Chronik des Gymnasiums.

Das verflossene Schuljahr war für unser Gymnasium insofern ein besonders wichtiges, als dasselbe im Verlauf desselben sein 25jähriges Bestehen feierte. Am 15. October, als an dem Geburtstage Sr. Hochseligen Majestät, 1852 war das hiesige Gymnasium eröffnet und durch den verstorbenen Provinzialschulrath Herrn Dr. Wendt im Namen des Kön. Provinzial-Schulcollegiums inaugurirt worden. Die näheren Nachrichten über diesen feierlichen Act und die wichtigsten Mittheilungen über die Ereignisse und Erlebnisse des Gymnasiums hat der College Herr Gymnasiallehrer Carl Todt in einer besonderen Festschrift veröffentlicht, auf welche ich hinweisen darf.

Zur Feier des 25jährigen Bestehens der Anstalt war ein aus Mitgliedern des Gymnasialcuratoriums und des Lehrercollegiums gebildetes Festcomité zusammengetreten, welches ein Programm für die Festfeier entworfen und die Leitung des Festes übernommen hatte. Die Behörden der Stadt hatten zur Ausführung desselben bereitwilligst die

nöthigen Mittel zur Verfügung gestellt. Von Seiten des Festcomités waren vor Allem das Königl. Schulcollegium, demnächst die ehemaligen und jetzigen Lehrer, sowie die alten Schüler der Anstalt und alle, welche in der Nähe und Ferne der Schule ihre Theilnahme schenken, eingeladen worden. Das Königl. Provinzial-Schulcollegium hatte den Königl. Geheimen Regierungs- und Provinzialschulrath Herrn Dr. Wehrmann deputirt, um dem Gymnasium die Wünsche hochdesselben zu überbringen. Von den Schwesteranstalten in Treptow und Stargard waren die Herren Directoren Dr. Lothholz und Dr. Bouterwek abgesandt, um das Gymnasium an diesem Ehrentage zu begrüssen. Von den ehemaligen Lehrern der Schule konnte nur Herr Prediger Hilliger aus Massow anwesend sein; dagegen waren aus den Reihen früherer Schüler alle Generationen von der Gründung der Schule an reichlich vertreten. Die Schwesteranstalten in Colberg, Dramburg, Cöslin, Belgard und Stolp übersandten brieflich ihre Beglückwünschung.

Am 14. October, Abends 8 Uhr, fand in der Aula des Gymnasiums eine Vorfeier statt, bei welcher nach einem einleitenden Gesange Schüler aus den oberen Classen eine Reihe von Gedichten vortrugen, welche nach der Anordnung des Herrn Professor Dr. Riemann einen Ueberblick des geistigen Lebens und der Heldenthaten aus der griechischen, römischen und deutschen Welt gaben; an diese schlosz sich der letzte Act aus dem Prinzen von Homburg von Heinrich von Kleist; den Schlusz bildete das vom Chor unter Leitung des Herrn Collegen Todt vorgetragene Oratorium: „die Obhut des Herrn" von Tietz mit eingelegten Recitativen und Arien von A. Todt.

Diese Vorfeier beschlosz dann noch spät Abends ein Fackelzug der Schüler, welcher vom Gymnasium ausging und, nachdem er die Stadt durchzogen, auf dem Markte mit einem solennen „Gaudeamus igitur" beendet wurde.

Am folgenden Tage begaben sich um 9 Uhr Lehrer und Schüler, wie bei der Stiftung des Gymnasiums, in festlichem Zuge vom Gymnasium zur Kirche. Herr Superintendent Henckel knüpfte an seine vor 25 Jahren gehaltene Einweihungsrede über Colosser 3, 17 seine Jubiläumspredigt unmittelbar als zweiten Theil an, indem er ihr als Schlusz des Textes unterlegte „und danket Gott und dem Vater durch ihn."

Nach der gottesdienstlichen Feier folgte um 11 Uhr die Festfeier im Gymnasium, eröffnet durch den Gesang: „Lobe den Herrn"! Der Director begrüsste die Anwesenden und bat namentlich den Vertreter des Königl. Provinzial-Schulcollegiums, Herrn Geheimen Rath Dr. Wehrmann, der hohen vorgesetzten Behörde den Dank der Schule überbringen zu wollen. Nach einem Chorgesange sprachen zuerst der Herr Geheime Regierungs- und Provinzialschulrath Dr. Wehrmann, dann die Directoren Dr. Lothholz und Dr. Bouterwek, der erstere in feinstem und elegantestem Latein, alle in ebenso wohlwollender und herzlicher wie geistvoller Weise ihre Glückwünsche aus; im Namen der ehemaligen Schüler der Anstalt ergriff einer der ersten, deren Name die erste unserer Abiturienten-Tafeln ziert, Herr Pastor Hollatz, das Wort. Hierauf legte der Director in kurzer Rede seine Ansicht über das Wesen der Philologie dar und zeigte, dass sie nicht als Wissenschaft, sondern als Kunst und künstlerische Thätigkeit zu fassen sei.

Nach einer kurzen Pause, um 1½ Uhr, bewegten sich die Festgenossen und Schüler im stattlichen Zuge durch die festlich geschmückten und im reichsten Flaggenflor

prangenden Strassen unserer Stadt, die auch hierin ihre lebhafteste Theilnahme am Gedeihen der Anstalt beweisen wollte.

Um 3 Uhr vereinigte im „Preussischen Hofe" ein solennes Mahl die Festgenossen. Die Versammlung wurde während des Mahles von allen Seiten durch beglückwünschende Telegramme in unübersehlicher Zahl hoch erfreut. Abends fand auf der Ottoshöhe für die Schüler des Gymnasiums ein Commerz im Schützenhause statt, den später auch ein groszer Theil der Gäste mit seiner Gegenwart beehrte.

Ein zahlreich besuchter Ball beendete am 16. October diese für uns alle hocherfreuliche Festzeit.

In dem ersten Vierteljahrhundert der Anstalt haben an derselben 46 Lehrer unterrichtet. Von diesen haben der Director, der Herr Professor Dr. Riemann und der Herr College Todt ununterbrochen dem Lehrercollegium angehört. Die Zahl der Schüler, welche von Michaelis 1852 bis Michaelis 1877 die Schule besucht haben, beträgt 1425. Unter diesen waren Einheimische 432, Auswärtige 993. Das Abiturientenexamen haben bis Michaelis 243 Schüler abgelegt. Von diesen haben sich 64 der Jurisprudenz, 47 der Philologie, 43 der Theologie, 33 der Medicin, 28 dem Militär gewidmet.

In dem Kriege von 1866 und dem von 1870 und 71 sind von ehemaligen Schülern der Anstalt 21 junge Männer gefallen; das eiserne Kreuz haben 36 Schüler des Gymnasiums erworben.

Am 16. Juni verlor die Schule in dem Sextaner Paul Böder, dem einzigen Sohn des Mühlenbesitzers Herrn Böder, einen gewissenhaften und hoffnungsvollen Schüler; Lehrer und Schüler der unteren Klassen gaben dem theuren Knaben das letzte Geleit, der Chor sang am Grabe ein Grablied.

Im Uebrigen hat das verfloszene Schuljahr seinen gewöhnlichen Verlauf gehabt. Der Tag von Sedan wurde in herkömmlicher Weise durch eine Schulfeier begangen, bei welcher der College Herr Dunker die Festrede hielt. Wegen des unsicheren Wetters fand die Feier im Freien einige Tage später und diesmal auf dem Turnplatze statt.

Aus dem Hahn'schen Legate empfingen am 15. October 1877:

1) der Primaner Hildebrandt: Häusser Geschichte der französischen Revolution,
2) der Secundaner Adermann: Vilmar Geschichte der deutschen Literatur,
3) der Secundaner Zingler: Ekkehard von Scheffel,
4) der Ober-Tertianer Rudel: Die Nibelungen von Simrock,
5) der Untertertianer Stephani: Hertzberg der Zug der Zehntausend.

Der Geburtstag Sr. Majestät wurde durch eine Schulfeier begangen, bei der der College Herr Dr. Fahland die Wichtigkeit der Beschäftigung der Jugend mit den alten Sprachen für die Erhaltung und Förderung höherer Cultur darlegte.

Tags zuvor fand eine musikalische Aufführung in der Aula statt, bei welcher der Secundaner Hilliger eine Sonate von Beethoven vortrug, worauf mehrere für den folgenden Festtag geeignete Gesangstücke und zum Schlusz ein Theil der Schöpfung von Haydn folgte. Fräulein Helene Todt hatte, wie schon so oft, ihre Mitwirkung gewährt.

Am Anfang des Winterhalbjahres empfing eine Anzahl Schüler, welche dem Director sich angeschloszen hatten, aus der Hand des Herrn Superintendenten Henckel das heilige Abendmahl.

Zu Michaelis und zu Ostern fanden Maturitätsprüfungen unter dem Vorsitze des Herrn Geheimen Regierungsraths Dr. Wehrmann statt. Es wurden für reif erklärt:

1) Otto Carl Ernst Francke. Er studirt in Berlin Medicin.
2) Otto Carl Emil Zingler. Er studirt in Greifswald Theologie.
3) Curd Erwin Ehlers. Er hat sich dem Postfach gewidmet.
4) Heinrich August Buth. Er studirt in Greifswald Theologie.
5) Ludwig Ernst Sydow aus Greiffenberg. Er studirt in Berlin Jura.
6) Gustav Ferdinand Friedrich Semm aus Berlin. Er studirt in Berlin Theologie.
7) Otto Ernst Leopold Stolzenburg aus Berlin. Er studirt Medicin in Berlin.
8) Johannes Martin Philipp Bürger aus Neukirchen bei Labes. Er studirt in Berlin Medicin.
9) Oskar Fliess aus Greiffenberg. Er wird in Berlin Jura studiren.
10) Gustav Adolf Gollnick aus Ratzebuhr. Er wird Jura studiren.
11) Gerhard Heinrich Gottfried Schulz aus Budow bei Stolp. Studium unentschieden.
12) Heinrich Alexander Maximilian Becker aus Cammin. Er wird das Baufach ergreifen.
13) Eugen Emil Carl Krause aus Polzin. Er wird sich dem Postfache widmen.
14) Rudolf Clemens Paul Krause aus Polzin. Er wird Medicin studiren.
15) Albert Franz Blaesing aus Pyritz. Er wird das Forstfach ergreifen.
16) Johannes Benno Paul Rudel aus Trieglaff. Er wird in Berlin Medicin studiren.
17) Curd Wolfgang Hans Adam von Schöning aus Libelow bei Pyritz. Er ist beim Militair auf Avancement eingetreten.
18) Gustav Adolf Franz Robert Beyer aus Breslau. Er wird Jura studiren.
19) Fritz Julius Penschke aus Schwiebus. Er wird Theologie und Philologie studiren.

Von diesen Abiturienten konnten Becker, Blaesing und Penschke von der mündlichen Prüfung dispensirt werden.

Die Aufgaben zu den schriftlichen Arbeiten der Abiturienten waren:

Zu Ostern:

1. Rectem Cicero Epaninondam principem Graeciae fuisse dixerit.
2. Hat Rudolf von Habsburg recht daran gethan, dasz er die Verbindung mit Italien aufgab?
3. a) Von einem rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt = 84 Quadratmeter und der Radius des die Hypotenuse von auszen berührenden Kreises = 28 M gegeben. Die Seiten zu berechnen.
   b) Von einem geraden Kegelstumpfe ist das Volumen = 25820 . π KM, die Höhe = 60 M und die Differenz der Radien der Grundkreise = 11 M gegeben. Die Oberfläche zu berechnen.
   c) Ein Dreieckswinkel soll berechnet werden aus der Summe der einschlieszenden Seiten = s, aus der Differenz der Gegenwinkel dieser Seiten = o, und aus dem Radius des umschriebenen Kreises = r.

d) Von einem Dreieck ist eine Seite = a, der Radius des umschriebenen Kreises = r, und das Verhältnisz einer zweiten Seite zu ihrer Höhe = m : n gegeben. Das Dreieck zu zeichnen.

Michaelis 1877:

1. Cato omne bellum Mithridaticum dixit cum mulierculis gestum esse: idne verum sit quaeritur.
2. Inwiefern ist die innere und äuszere Lage Deutschlands nach dem 30jährigen Kriege Ludwig dem Vierzehnten bei seinen Eroberungen förderlich gewesen?
3. a) In einer bestimmten Zeit wird eine Mauer mit 180 Kubikmeter Inhalt von beiden Enden aus durch 2 Maurer hergestellt. Nach Vollendung der Arbeit stellt sich heraus, dasz der erste den übrigen Theil in 10 Tagen, und der zweite den übrigen Theil in 25 Tagen vollendet haben würde. In wie vielen Tagen vollenden die Maurer die Arbeit, und wie viel Kubikmeter Mauer stellt jeder im Ganzen her?
   b) Von einem Kegel ist der Mantel = 65 . π und der Umfang eines Achtenschnittes = 36 gegeben. Das Volumen zu berechnen.
   c) Von einem Dreieck ist ein Winkel = α, die Summe der drei Seiten = s, und der Radius des eingeschriebenen Kreises = ϱ gegeben. Das Dreieck zu berechnen.
   d) Von einem Dreieck ist eine Seite = a, die Differenz der beiden anliegenden Winkel = d und der Radius des eingeschriebenen Kreises = r gegeben. Das Dreieck zu zeichnen.

E. Frequenz des Gymnasiums 1877—1878.

Sommer-Semester 1877.

Prima	40	Schüler.
Secunda	52	„
Ober-Tertia	30	„
Unter-Tertia	35	„
Quarta	28	„
Quinta	35	„
Sexta	41	„
Summa	261	Schüler.
Vorschule	20	„

Winter-Semester 1877/78.

Prima	44	Schüler.
Secunda	54	„
Ober-Tertia	32	„
Unter-Tertia	37	„
Quarta	30	„
Quinta	33	„
Sexta	31	„
Summa	261	Schüler.
Vorschule	20	„

F. Oeffentliche Prüfung.

Am Dienstag, den 9. April, von Vormittags 8 Uhr an.

Prima:	Horaz, Dr. Campe.
	Französisch, Dr. Domke.
Secunda:	Cicero, Prof. Dr. Riemann.
	Griechisch, Dr. Günther.
Ober-Tertia:	Latein, Dr. Günther.
	Mathematik, Dietrich.
Unter-Tertia:	Griechisch, Dr. Domke.
	Geschichte, Könnecke.

Nachmittags von 2 Uhr an.

Quarta:	Latein, Dr. Fahland.
	Geschichte, Dr. Schmidt.
Quinta:	Latein, Duncker.
	Französisch, Dr. Schmidt.
Sexta:	Religion, Könnecke.
	Latein, Todt.
Vorschule:	Geographie, Beister.
	Deutsch, Beister.

Die Schule wird am 10. April geschlossen.

Der neue Cursus beginnt am Donnerstag, den 25. April, um 8 Uhr. Zur Prüfung bin ich am Dienstag und Mittwoch nach Ostern bereit.

Dr. Campe.

Stundenplan. Sommer-Semester 1878.

	Stunden.	Prima.	Secunda.	Tertia A.	Tertia B.	Quarta.	Quinta.	Sexta.
Montag.	7—8	Religion	Latein	Latein	Religion	Latein	Religion	Latein
	8—9	Latein	Latein	Latein	Latein	Latein	Latein	Deutsch
	9—10	Griechisch	Geschichte	Griechisch	Geschichte	Mathematik	Französisch	Latein
	10—11	Mathematik	Religion	—	—	—	—	—
	2—3	Physik	Griechisch	Deutsch	Latein	Griechisch	Naturbesch.	Rechnen
	3—4	—	Mathematik	Latein	Griechisch	Deutsch	Deutsch	Naturbesch.
Dienstag.	7—8	Latein	Griechisch	Mathematik	Französisch	Religion	Rechnen	Religion
	8—9	Griechisch	Latein	Latein	Mathematik	Latein	Latein	Deutsch
	9—10	Deutsch	Mathematik	Griechisch	Latein	Latein	Latein	Geographie
	10—11	Mathematik	—	Französisch	Griechisch	Griechisch	Geographie	Latein
	2—3	Geschichte	Französisch	Geographie	Latein	Deutsch	Schreiben	Schreiben
	3—4	Französisch	Latein	Geschichte	Deutsch	Französisch	Rechnen	Rechnen
Mittwoch.	7—8	Latein	Griechisch	Mathematik	Latein	Latein	Latein	Religion
	8—9	Latein	Geschichte	Latein	Griechisch	Latein	Latein	Latein
	9—10	Geschichte	Deutsch	Griechisch	Naturbesch.	Mathematik	Deutsch	Latein
	10—11	Griechisch	Latein	Mathematik	Geographie	Griechisch	Schreiben	Schreiben
Donnerstag.	7—8	Religion	Latein	Latein	Religion	Religion	Religion	Deutsch
	8—9	Latein	Latein	Latein	Latein	Mathematik	Latein	Geographie
	9—10	Griechisch	Geschichte	Griechisch	Mathematik	Latein	Latein	Latein
	10—11	Mathematik	Religion	—	—	—	—	—
	2—3	Physik	Griechisch	Deutsch	Griechisch	Griechisch	Naturbesch.	Rechnen
	3—4	—	Mathematik	Latein	Naturbesch.	Geschichte	Deutsch	Naturbesch.
Freitag.	7—8	Latein	Griechisch	Religion	Latein	Französisch	Rechnen	Rechnen
	8—9	Griechisch	Latein	Latein	Mathematik	Latein	Geographie	Latein
	9—10	Deutsch	Mathematik	Griechisch	Latein	Geschichte	Latein	Religion
	10—11	Mathematik	—	Französisch	Griechisch	—	Latein	—
	2—3	Geschichte	Französisch	Französisch	Latein	Griechisch	Schreiben	Schreiben
	3—4	Französisch	Latein	Geschichte	Deutsch	Latein	Französisch	Latein
Sonnabend.	7—8	Latein	Griechisch	Religion	Latein	Latein	Religion	Deutsch
	8—9	Latein	Deutsch	Latein	Griechisch	Geschichte	Latein	Latein
	9—10	Deutsch	Physik	Griechisch	Geschichte	Griechisch	Französisch	Latein
	10—11	Griechisch	Latein	Mathematik	Französisch	Singen	Singen	Singen